

# Modelos de Equilibrio Estocásticos para Mercados de Energía Eléctrica Oligopolistas en el Corto Plazo

S. Martín<sup>1</sup>, J. A. Aguado<sup>1</sup>, F. I. Martín<sup>1</sup>, J. Pérez<sup>1</sup> y S. de la Torre<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería Eléctrica  
E.T.S.I.I., Universidad de Málaga  
Campus de El Ejido, 29071 Málaga (España)  
Telef:+34 952 131306, fax:+34 952 131091, e-mail: [smartin@uma.es](mailto:smartin@uma.es), [jaguado@uma.es](mailto:jaguado@uma.es)

**Resumen.** En los mercados de energía eléctrica resulta de gran interés caracterizar el comportamiento estratégico de las firmas frente a diferentes reglas y condiciones en el mercado. Con este fin se resuelve aquí un equilibrio para un mercado oligopolista, 4 firmas, en el corto plazo (4 períodos de 1 h cada uno) sobre el sistema IEEE-24, donde la interacción competitiva entre las firmas se modela mediante funciones de oferta supuesta lineales y el problema en su conjunto se plantea como un problema de complementariedad. Se consideran 4 posibles agrupaciones de la producción (generadores que aglutina cada firma) y 81 configuraciones de nivel de competencia entre firmas. Se analiza como varían la cuota de mercado y la relación entre beneficio y gasto de las firmas para cada una de las configuraciones, con la finalidad de establecer relaciones entre estas variables y los parámetros que caracterizan las diferentes configuraciones.

## Palabras clave

Modelo de equilibrio, funciones de oferta supuesta, incertidumbre, árbol de escenarios, análisis de sensibilidad.

## 1. Introducción

Aquí se resuelve un modelo con 4 firmas, con funciones de oferta supuesta (CSF) y diferentes configuraciones para la estructura del mercado y nivel competitivo de los participantes, considerando incertidumbre en la demanda a través de un árbol de escenarios.

El modelado de mercados eléctricos mediante CSF ha sido tratado anteriormente por muchos investigadores, resultando de especial relevancia las aportaciones de B.F. Hobbs [1], [2]. El uso de CSF supone una evolución respecto a la técnica SFE [3] ya que permite considerar funciones que modelan el comportamiento de los rivales, estimado por una cierta firma, pero sin que esas firmas rivales tengan que seguir de forma rigurosa las funciones especificadas.

En cuanto al uso de árboles de escenarios para la incorporación de incertidumbre en modelos de optimización, ha sido un tema que ha atraído y sigue

atrayendo la atención de muchos investigadores. Es una técnica muy utilizada en programación estocástica [4], [5] y también en algunas aplicaciones a los mercados eléctricos [6], [7]. Tiene como principales ventajas frente a otras técnicas que es relativamente sencilla tanto a nivel conceptual como de implementación, permitiendo descomponer un programa estocástico en un conjunto de programas deterministas, y proporciona buenos resultados con un coste computacional razonable.

Con la finalidad de mejorar la comprensión y el conocimiento de las interacciones entre las reglas del mercado, las restricciones físicas, las estrategias de las empresas y el precio final al que se proporciona la energía a los consumidores, se realiza aquí un estudio en el que se considera lo siguiente para cada uno de los aspectos anteriores:

- 1) Reglas y estructura del mercado: se consideran 3 tipos de agentes en el mercado: firmas productoras, operador y regulador del sistema (ISO) y los consumidores. Se considera un mercado Spot con 4 firmas, en 4 períodos consecutivos de 1 hora de duración cada uno. Las empresas realizan ofertas en precio y cantidad para cada nudo en cada uno de los 4 instantes de tiempo considerados. Los consumidores se modelan a través de funciones de demanda inversa de tipo lineal para cada nodo del sistema (diferentes para cada nodo); son rectas que relacionan las variables precio y energía consumida.
- 2) Condiciones físicas: el mercado se desarrolla sobre el sistema IEEE-24 considerando red linealizada en DC sin pérdidas; no se considera, por lo tanto, la potencia reactiva. Se tiene un total de 10 nudos con generación y 38 líneas con las características tanto físicas como topológicas descritas en [8], todos los generadores que se conectan a un mismo nudo se consideran de forma agregada como si se tratara de un único generador en ese nudo. Los flujos a través de las líneas se calculan utilizando factores de reparto, PTDF [9].
- 3) Estrategias de las empresas: el comportamiento estratégico se considera a través de funciones de oferta supuesta lineales [2]. Cada firma tiene su propia función de oferta supuesta que puede ser diferente para cada nodo de la red.

- 4) Incorporación de incertidumbre: se incorpora la incertidumbre al modelo a través de un árbol de escenarios [4], que se desarrolla sobre el intervalo considerado de 4 períodos y que consta de un total de 6 escenarios.

Cada uno de los apartados anteriores se desarrolla con mayor detalle a continuación, en la sección (2) se dan las ecuaciones que definen el modelo y los datos que caracterizan el árbol de escenarios, en la sección (3) se describen las diferentes configuraciones del mercado y patrones de competencia entre firmas, en la sección (4) se muestran y analizan los resultados obtenidos y finalmente en la sección (5) se resumen las conclusiones.

## 2. Modelo

Se trata de un modelo con funciones de oferta supuestas de tipo lineal, multiperíodo, con incorporación de incertidumbre a través de árbol de escenarios y que considera restricciones de arranque y parada de los generadores.

Notación utilizada:

Subíndices: “i” nudo, “t” período, “e” escenario, “f” firma, “h” generador, “k” línea.

Superíndice “\*” indica valor de equilibrio.

$R_{f,i,t,e}$	Precio de venta estimado (€/MWh)
$W_{f,i,t,e}$	Peaje de transporte (€/MW)
$d_{f,i,t,e}$	Cantidad vendida (MW)
$d_{-f,i,t,e}$	Estimación ventas de rivales (MW)
$b_{f,i,h}$	Coste marginal generador (€/MWh)
$g_{f,i,h,t,e}$	Generación grupo “h” (MW)
$B_{-f,i,t,e}$	Pendiente CSF (MW/(€/MWh))
$s_{i,k}$	PTDF para nudo “i” línea “k”
$p_{i,t,e}$	Potencia inyectada en nudo “i” (MW)
$a_{i,t,e}$	Cantidad de regulación (MW)
$R_{f,i,h}^s$	Límite para rampa de subida (MW)
$R_{f,i,h}^b$	Límite para rampa de bajada (MW)
$\bar{z}_{k-}$	Límite capacidad línea “k” (MW)
$\bar{z}_{k+}$	Límite capacidad línea “k” (MW)
$pr_e$	Probabilidad escenario “e”
$r_{0,i,t,e}$	Parámetro de precios (€/MWh)
$d_{0,i,t,e}$	Parámetro de cantidades(€/MWh)

Se consideran tres tipos de agentes en el sistema:

- 1) Firmas: pueden comportarse como “price-takers” o como “price-makers”, su comportamiento estratégico se modela a través de una función de oferta supuesta lineal.
- 2) Operador Independiente del Sistema (ISO)

- 3) Consumidores: se modelan a través de una función de demanda inversa de tipo lineal.

Cada firma y el ISO plantean su propio problema de optimización, cada uno con su particular función objetivo y sus restricciones. Cada agente siempre trata de maximizar su beneficio. Con la finalidad de encontrar un equilibrio, solución común y admisible para todos los agentes, todos los problemas de optimización particulares de cada agente se consideran conjuntamente mediante un planteamiento como problema de complementariedad; que consiste básicamente en obtener las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker de todos y cada uno de los problemas de optimización particulares de cada agente, (sistema de ecuaciones equivalente al problema de optimización) y resolverlas todas conjuntamente.

Seguidamente se dan las ecuaciones que definen el problema de optimización para cada agente.

### FIRMAS

Para las firmas tenemos una función objetivo que depende de si se comportan como “price-takers”, precio de la energía como variable exógena (toman el precio de equilibrio) o como “price-makers”, precio de la energía como variable endógena, contribuyen directamente a la formación del precio.

En el caso de comportarse como “price-makers” la función objetivo a maximizar es la siguiente:

$$\sum_e pr_e \sum_t \sum_i (\rho_{f,i,t,e} - \omega_{f,i,t,e}) d_{f,i,t,e} - \sum_e pr_e \sum_t \sum_i \sum_{h \in H(f_i)} (\beta_{f,i,h} - \omega_{f,i,t,e}) g_{f,i,h,t,e} \quad (1)$$

Y para los “price-takers” la función objetivo a maximizar es:

$$\sum_e pr_e \sum_t \sum_i (\rho_{i,t,e}^* - \omega_{f,i,t,e}) d_{f,i,t,e} - \sum_e pr_e \sum_t \sum_i \sum_{h \in H(f_i)} (\beta_{f,i,h} - \omega_{f,i,t,e}) g_{f,i,h,t,e} \quad (2)$$

Las restricciones son independientes de que se comporten como “price-takers” o como “price-makers” y son las siguientes:

Balance de potencia, la potencia generada debe ser igual a la potencia consumida, no se consideran pérdidas:

$$\sum_i d_{f,i,t,e} - \sum_i \sum_{h \in H(f_i)} g_{f,i,h,t,e} = 0 \quad (3)$$

Función de oferta supuesta (CSF), define el comportamiento estratégico de cada firma, puede cambiar para una misma firma de un nudo a otro del sistema.

$$-B_{-f,i,t,e}(\rho_{f,i,t,e} - \rho_{i,t,e}^*) + d_{-f,i,t,e} - d_{-f,i,t,e}^* = 0 \quad (4)$$

Límites de generación máxima y mínima:

$$\begin{aligned} g_{f,i,h} &\leq \bar{g}_{f,i,h} \\ g_{f,i,h} &\geq \underline{g}_{f,i,h} \end{aligned} \quad (5)$$

Limitación de rampa de subida, que impone un valor máximo para el incremento respecto al tiempo de la producción de un generador

$$g_{f,i,h,t+1,e} - g_{f,i,h,t,e} \leq R_{f,i,h}^s \quad (6)$$

Limitación de rampa de bajada, que impone un valor máximo para el decremento respecto al tiempo de la producción de un generador

$$g_{f,i,h,t,e} - g_{f,i,h,t+1,e} \leq R_{f,i,h}^b \quad (7)$$

Para los generadores se considera coste lineal, proporcional a la producción y coste cero para producción cero.

ISO

Las ecuaciones para el ISO son las siguientes:

Con su función objetivo trata de maximizar sus ingresos por los peajes y por regulación:

$$\omega_{i,t,e}^* p_{i,t,e} + (\rho_{i,t,e}^* - \omega_{i,t,e}^*) a_{i,t,e} \quad (8)$$

Debe cumplir adicionalmente con las siguientes restricciones:

Flujo máximo por las líneas:

$$\begin{aligned} -\sum_i s_{i,k} p_{i,t,e} &\leq \bar{z}_{k-} \\ \sum_i s_{i,k} p_{i,t,e} &\leq \bar{z}_{k+} \end{aligned} \quad (9)$$

El ISO no genera energía, así que en su papel de regulador debe cumplir:

$$\sum_i a_{i,t,e} = 0 \quad (10)$$

Adicionalmente tenemos las siguientes condiciones de liquidación del mercado:

El precio de mercado debe cumplir con la función de demanda inversa que caracteriza a los consumidores:

$$\rho_{i,t,e} = \rho_{0,i,t,e} - \left( \frac{\rho_{0,i,t,e}}{d_{0,i,t,e}} \right) \cdot (d_{f,i,t,e} + d_{-f,i,t,e} + a_{i,t,e}) \quad (11)$$

Servicios de transporte:

$$p_{i,t,e} = a_{i,t,e} + \sum_f \left( d_{f,i,t,e} - \sum_{h \in H(f,i)} g_{f,i,h,t,e} \right) \quad (12)$$

Definición de las ventas de los competidores:

$$d_{-f,i,t,e} = \sum_{g \neq f} d_{g,i,t,e} \quad (13)$$

El árbol de escenarios se utiliza para incorporar incertidumbre en la demanda, los escenarios corresponden, por tanto, a diferentes configuraciones de demanda, valor de demanda en cada nodo.

Se ha considerado un árbol de escenarios sencillo, con la estructura mostrada en (Fig. 1).

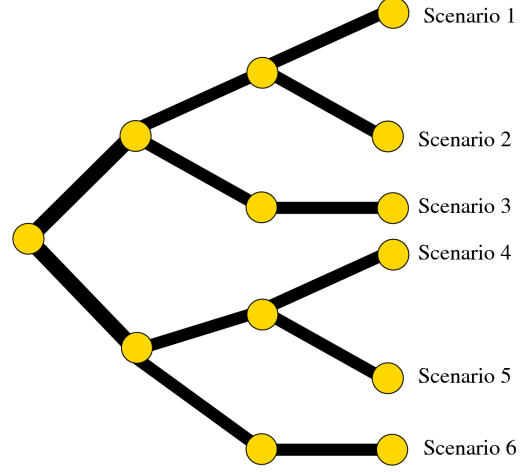


Figura 1

Y con la asignación de probabilidades (cuasi normal) para cada escenario mostrada en la (Fig. 2).

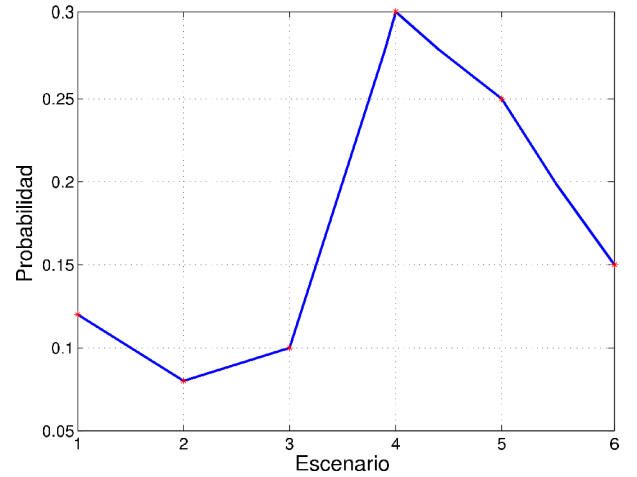


Figura 2

### 3. Simulaciones

Para las simulaciones se ha considerado el sistema IEEE-24 con las características que se indican en [8] de topología y características de las líneas, agrupando todos los generadores que se encuentran en un mismo nudo como si se tratase de un único generador en ese nudo.

Respecto a las demandas se han tomado las demandas que se indican en [8] como caso base a partir del cual se han construido seis escenarios de demanda, ajustando los valores a una distribución normal, tomando para cada nodo una distribución normal cuya media es

igual al valor de referencia y cuya desviación típica es 0.2 veces ese valor medio.

En cuanto a la estructura del mercado, manteniendo siempre 4 firmas (F1, F2, F3 y F4), se han considerado 4 configuraciones de concentración de potencia instalada y de comportamiento de las firmas como se muestra en la Tabla I.

Tabla I

Configuración	Price-Takers	Price-Makers
13	F1, F2, F3	F4
22	F1, F2	F3, F4
31	F1	F2, F3, F4
40		F1, F2, F3, F4

La potencia en tanto por uno respecto al total de potencia instalada (3405 MW), se muestra en la Tabla II.

Tabla II

Conf.	F1	F2	F3	F4
13	0.1019	0.0881	0.1175	0.6925
22	0.1019	0.0881	0.4106	0.3994
31	0.1019	0.3181	0.2981	0.2819
40	0.2009	0.2367	0.2805	0.2819

Los nudos con generación para cada firma en cada configuración se indican en la Tabla III:

Tabla III

	F1	F2	F3	F4
13	1, 16	7	18	2, 13, 15, 21, 22, 23
22	1, 16	7	2,13,15,18	21, 22, 23
31	1, 16	2,7,13	15, 18, 21	22, 23
40	1, 2, 7	13, 15	16, 18, 21	22, 23

Por otra parte, el nivel de competitividad de cada firma se cuantifica a través de la pendiente de su función de demanda inversa en cada nodo. Se ha considerado un valor único para cada nivel de competencia para todas las firmas y todos los nodos, siendo los valores los mostrados en la Tabla IV.

Tabla IV

Nivel Competencia	Valor pendiente CSF
Bajo	1
Medio	10
Alto	100

Con 4 firmas y 3 valores por firma tenemos un total de 81 combinaciones posibles, que son las que se han considerado.

## 4. Resultados

Se muestran aquí algunos de los resultados obtenidos. La nomenclatura seguida es la siguiente:

Configuraciones del mercado:

- Rojo -> configuración 13
- Azul -> configuración 22
- Verde -> configuración 31
- Negro -> configuración 40

El nivel competitivo de una firma para cada configuración viene indicado de la siguiente forma:

- El “\*” indica un nivel de competitividad baja.
- El “+” indica un nivel de competitividad media.
- El “o” indica un nivel de competitividad alto.

Cuota de mercado relativa a la potencia instalada de cada firma en tanto por uno, de forma que el valor 1 indica que la firma ha vendido toda la potencia que es capaz de producir.

Los valores que se muestran son medias ponderadas respecto a períodos y escenarios.

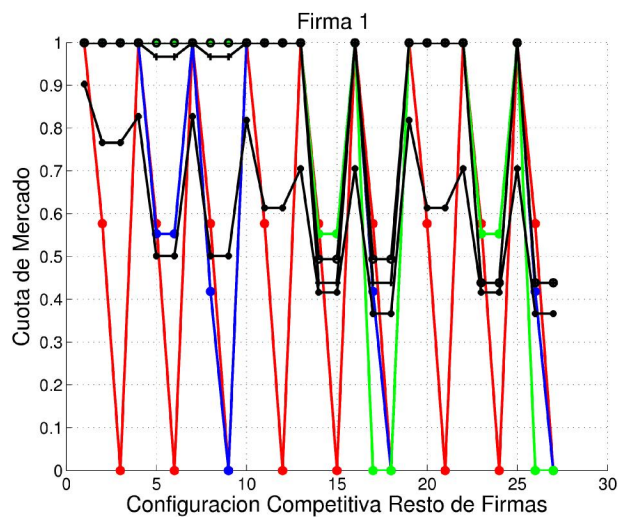


Figura 3

En la (Fig. 3) observamos que la firma 1, que para cualquier configuración tiene un potencia instalada menor del 25% del total de sistema presenta importantes variaciones en función de la estructura de concentración del mercado y del nivel de competencia de los rivales. Estas variaciones son mayores cuanto menor es su peso (capacidad instalada) respecto al total del mercado y, en general, a mayor nivel de competencia mayor cuota relativa si los rivales mantienen su niveles de competitividad.

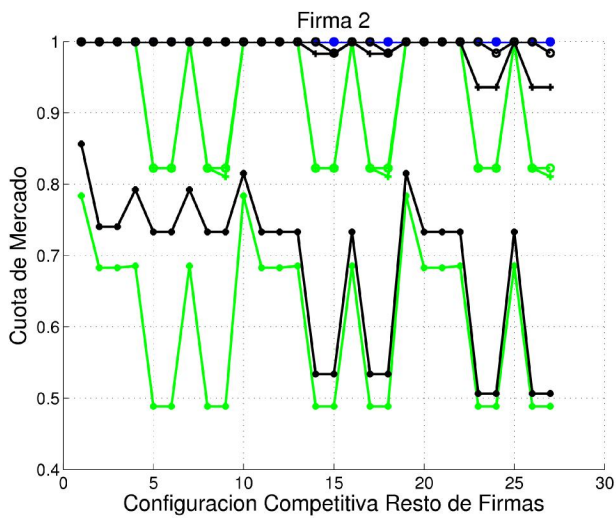


Figura 4

En la (Fig. 4) observamos que la cuota relativa de mercado para la firma 2 se comporta de forma análoga a como ocurría con la Firma 1, mayor variación a menor peso relativo de la firma y mayores ventas al incrementar el nivel de competencia.

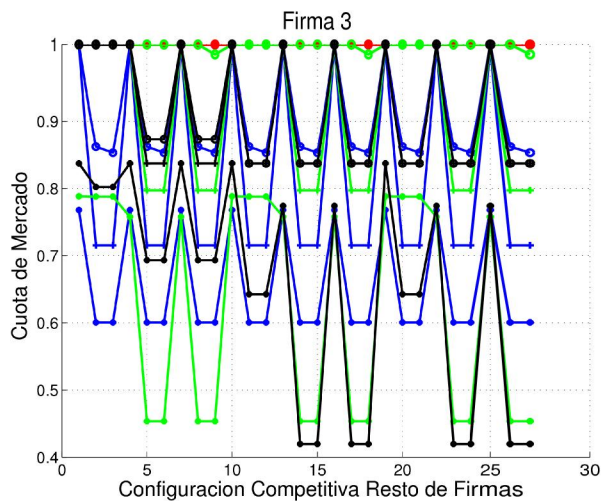


Figura 5

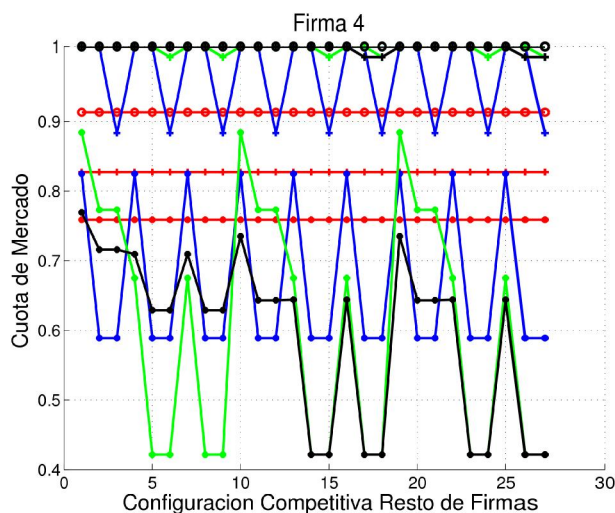


Figura 6

En la (Fig. 5) podemos observar que para la Firma 3 a mayor competitividad mayor cuota relativa de mercado y que en el caso de comportarse como “price-taker” su cuota de mercado no cambia con los niveles de competencia de los rivales.

Se observa (Figs. 3, 4, 5 y 6) que para la configuración 13, al ser la Firma 4 claramente dominante, con el 70% de la capacidad instalada, el reparto de cuotas sólo depende de la estrategia de la Firma 4 y no del resto de firmas, por lo que se tienen las mismas ventas, las óptimas para la Firma 4, para todas las configuraciones de competencia entre rivales.

En la (Fig. 6) es interesante apreciar como para la configuración 13 (Firma 1 con el 70% de la capacidad instalada), las ventas de la Firma 4 sólo dependen de su propia estrategia, siendo mayores a mayor nivel de competencia.

Valores de la relación Beneficio/Gasto para algunas de las firmas:

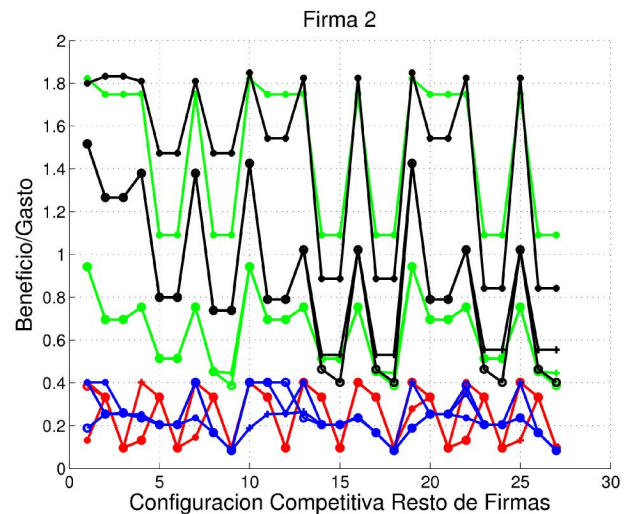
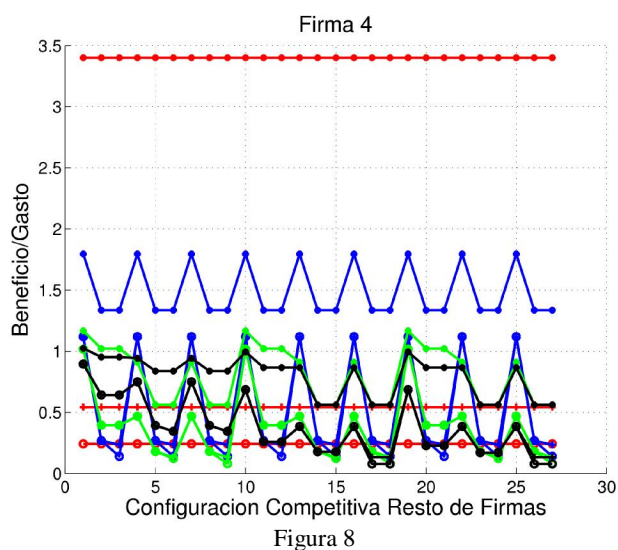


Figura 7

Los gastos considerados proceden de los peajes y de los costes de producción.

Es interesante observar en la (Fig. 7) como a mayor peso en el mercado, la Firma 2 ha podido conseguir, en general, mayor relación beneficio/gasto con lo que el incremento de sus beneficios es más que proporcional al incremento en su capacidad instalada. Otro aspecto destacable es que a mayor nivel de competitividad menor relación beneficio/gasto.



Observamos en la (Fig. 8) un comportamiento de la Firma 4 análogo al que puede observarse para la Firma 2 en la (Fig. 7). Es destacable que para la configuración 40 (todas las firmas como "price-makers" y capacidad instalada similares), curvas de color negro, el valor de la relación beneficio/gasto tiene variaciones considerablemente menores que para el resto de configuraciones.

#### 4. Conclusiones

Del análisis de resultado se concluye que para reducir el precio de la energía y evitar abusos por una parte se puede fomentar el nivel de competencia en el mercado y por otra se debe cuidar la estructura de concentración, evitando que una sola firma aglutine más del 30% de la capacidad instalada.

Son conclusiones conocidas y corroboradas por la experiencia [10], la aportación aquí consiste en haberlas obtenido con un modelo diferente a los existentes y que presenta una gran flexibilidad y un gran potencial para modelar las condiciones reales que se dan en los mercados reales.

#### Agradecimientos

Este trabajo se financia parcialmente por los proyectos ENE06-10736 del Ministerio de Educación y Ciencia y TEP-04210 de la Consejería de Innovación y Ciencia de la Junta de Andalucía.

#### Referencias

- [1] B.F. Hobbs, U. Helman, and JongShi Pang, "Equilibrium market power modeling for large scale power systems". Power Engineering Society Summer Meeting. IEEE, 1:558-563 vol.1, 2001.
- [2] C.J. Day, B.F. Hobbs, and JongShi Pang. "Oligopolistic competition in power networks: a conjectured supply function approach". Power Systems, IEEE Transactions on, 17(3):597-607, Aug 2002.
- [3] P.D. Klemperer and M.A. Meyer, "Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty", *Econometrica*, Vol. 57, No. 6, pp 1243-1277, November 1989.
- [4] J. Dupacova. "Stochastic Programming: Approximation via Scenarios". In Proceedings of 3rd Caribbean Conference on Approximation and Optimization. EMIS Master Server <http://www.emis.de/proceedings/index.html>, 1995.
- [5] H. Heitsch and W. Römisch. "Scenario tree modeling for multistage stochastic programs". *Math. Program.* Vol. 118, No. 2, pp. 371-406, 2009.
- [6] J. Barquin, E. Centeno and J. Reneses, "Stochastic Market Equilibrium Model for Generation Planning", *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, No. 19, pp 533-546, 2005.
- [7] R. Baldick, "Computing the Electricity Market Equilibrium: Uses of market equilibrium models", PSCE, October 29-November 2006, Atlanta, Georgia, USA.
- [8] C. Grigg, P. Wong, P. Albrecht, R. Allan, M. Bhavaraju, R. Billinton, Q. Chen, C. Fong, S. Haddad, S. Kuruganty, W. Li, R. Mukerji, D. Patton, N. Rau, D. Reppen, A. Schneider, M. Shahidepour and C. Singh, "The IEEE Reliability Test System-1996. A report prepared by the Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 3, pp 1010-1020, August 1999.
- [9] F. L. Alvarado, "The Notion of PTDF", ECE427 notes, November 2000.
- [10] J.I. Perez Arriaga, "Libro Blanco sobre la Reforma del Marco Regulatorio de la Generación Eléctrica en España", Ministerio de Industria, Turismo y Comercio, 30 de junio de 2005.