

Planeamento Hídrico de Curto Prazo: Programação Não Linear Inteira Mista

J.P.S. Catalão¹, H.M.I. Pousinho¹ e V.M.F. Mendes²

¹ Departamento de Engenharia Electromecânica
Universidade da Beira Interior

R. Fonte do Lameiro, 6200-001 Covilhã (Portugal)
Telefone: +351 275 329914, fax: +351 275 329972, e-mail: catalao@ubi.pt

² Departamento de Engenharia Eléctrica e Automação
Instituto Superior de Engenharia de Lisboa

R. Conselheiro Emídio Navarro, 1950-062 Lisboa (Portugal)
Telefone: +351 218 317 000, fax: +351 218 317 001, e-mail: vmendes@isел.pt

Resumo. Esta comunicação aborda o problema de planeamento hídrico de curto prazo, considerando a variação da altura de queda para um sistema hidroeléctrico com configuração hidráulica em cascata. Propõe-se uma metodologia baseada na programação não linear inteira mista para otimizar a exploração de recursos hídricos. A metodologia proposta considera não só a dependência não linear da potência produzida em função do caudal de água turbinado e da altura de queda, mas também considera as zonas proibidas de funcionamento, para obter resultados mais realísticos e factíveis. Os resultados numéricos, baseados num sistema hidroeléctrico existente em Portugal, ilustram a proficiência da metodologia proposta. Por último, são apresentadas as conclusões.

Palavras-chave

Planeamento hídrico, curto prazo, programação não linear inteira mista, mercado eléctrico.

1. Introdução

Nesta comunicação considera-se o problema de planeamento hídrico de curto prazo, tendo em conta a variação da altura de queda num sistema hidroeléctrico em cascata. As centrais hidroeléctricas que têm uma pequena capacidade de armazenamento de água são denominadas como centrais de fio de água. Devido à sua pequena capacidade de armazenamento, a eficiência da exploração torna-se sensível à variação da altura de queda — efeito de queda [1].

Numa configuração hidráulica em cascata, onde as centrais hidroeléctricas podem ser ligadas em série ou em paralelo, as centrais situadas a montante afectam as centrais a jusante na medida em que as afluências provenientes das centrais a montante vão confluir às centrais a jusante. A configuração hidráulica da cascata juntamente com o efeito de queda, para além de tornar o problema não linear, aumenta a dimensão do problema e a sua complexidade.

No problema de planeamento hídrico de curto prazo é considerado um horizonte temporal de um a sete dias, geralmente discretizado em períodos de uma hora. O problema de planeamento hídrico de curto prazo é tratado como sendo determinístico. Quando o problema inclui quantidades estocásticas como a afluência aos reservatórios ou os preços da energia, as previsões correspondentes são utilizadas [2].

O objectivo principal no problema de planeamento hídrico de curto prazo consiste em maximizar o lucro obtido com a venda da energia eléctrica para o horizonte temporal considerado, com a preocupação de satisfazer todas as restrições a que o equipamento está sujeito, visando a utilização mais eficiente e rentável da água [3].

A programação dinâmica (PD) foi um dos primeiros métodos utilizados para a resolução do problema de planeamento hídrico de curto prazo [4]. A utilização da programação dinâmica para a resolução do problema permite obter a solução óptima. Contudo, a “maldição da dimensionalidade”, inerente à programação dinâmica, implica que a sua utilização só seja possível para problemas de dimensão reduzida.

Técnicas de inteligência artificial também foram aplicadas ao problema de planeamento hídrico de curto prazo, designadamente algoritmos genéticos [5] e redes neuronais [6]. No entanto, devido às heurísticas usadas no processo de pesquisa, apenas podem ser alcançadas soluções sub-óptimas.

Uma abordagem natural do planeamento hídrico de curto prazo é modelar o sistema como uma rede de fluxos [7], devido à estrutura subjacente nas centrais hidroeléctricas.

O modelo de rede de fluxos é frequentemente simplificado tornando o modelo linear. A programação linear (PL) é um método extensamente usado para planeamento hídrico de curto prazo [8]. No entanto, PL considera tipicamente que a potência fornecida é

linearmente dependente do caudal de água turbinado, ignorando assim a variação da altura de queda.

A programação linear inteira mista (PLIM) tem sido frequentemente usada no planeamento hídrico de curto prazo [9]-[11], onde variáveis inteiras permitem modelar os custos de arranque, que são principalmente causados pelo aumento de manutenção dos enrolamentos e equipamentos mecânicos e pelo mau funcionamento do equipamento de controlo.

O planeamento hídrico é por natureza um problema de optimização não linear. Um modelo não linear tem vantagens quando comparado com um modelo linear. O modelo não linear é mais preciso uma vez que o efeito de queda pode ser tido em consideração [1], [3]. No entanto, no modelo não linear não é possível evitar descargas de água em zonas proibidas de funcionamento.

Nesta comunicação, é proposta uma nova metodologia baseada na programação não linear inteira mista (PNLIM) para resolver o problema de planeamento hídrico de curto prazo. A metodologia proposta considera não só o efeito de queda, mas também as zonas proibidas de funcionamento.

Apresentam-se resultados numéricos obtidos para um caso de estudo baseado num sistema hidroeléctrico português. O método foi desenvolvido e executado a partir do MATLAB sendo resolvido usando o *solver* de optimização Xpress-MP. Finalmente, conclui-se sobre o desempenho da metodologia apresentada.

2. Formulação do Problema

A. Função Objectivo

Nesta comunicação, a função objectivo a ser maximizada é dada por

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \lambda_k p_{ik} + \sum_{i=1}^I \Psi_i(v_{iK}) \quad (1)$$

onde I é o número total de reservatórios, K é o número total de horas do horizonte temporal, λ_k é o preço previsto para a energia eléctrica na hora k , p_{ik} é a potência fornecida pela central i na hora k , Ψ_i é o valor futuro da água armazenada no reservatório i na hora k , e v_{ik} é o volume de água armazenada no reservatório i na hora k . Em (1), o primeiro termo está relacionado com o lucro obtido em cada central i . O último termo expressa o valor futuro da água armazenada nos reservatórios na última hora K .

B. Restrições

1) *Equação de balanço de água*: a equação de balanço de água para cada reservatório é dada por

$$v_{ik} = v_{i,k-1} + a_{ik} + \sum_{m \in M_i} (q_{mk} + s_{mk}) - q_{ik} - s_{ik} \quad (2)$$

onde a_{ik} é a afluência ao reservatório i na hora k , M_i é o conjunto de reservatórios situados a montante do reservatório i , q_{ik} é o caudal de água turbinado pelo reservatório i na hora k , e s_{ik} é o caudal de água descarregado pelo reservatório i na hora k . Assume-se que a duração dos trânsitos de água entre as unidades da cascata é inferior relativamente ao intervalo de tempo de um estádio.

2) *Altura de queda*: a queda é considerada função do nível de água a montante e jusante dos reservatórios

$$h_{ik} = l_{f(i)k}(v_{f(i)k}) - l_{t(i)k}(v_{t(i)k}) \quad (3)$$

onde h_{ik} é a altura de queda da central i na hora k , e l_{ik} é o nível de água no reservatório i na hora k .

3) *Potência fornecida*: a potência fornecida é considerada uma função do caudal de água turbinado e da eficiência da exploração

$$p_{ik} = q_{ik} \eta_{ik}(h_{ik}) \quad (4)$$

onde η_{ik} é a eficiência da central i na hora k . A eficiência pode ser expressa como o quociente entre a potência fornecida e o caudal de água turbinado, que por sua vez depende da altura de queda entre reservatórios. Cada central hídrica é caracterizada por uma relação de três variáveis: potência fornecida p_{ik} , caudal de água turbinado q_{ik} , e altura de queda h_{ik} . Assumindo que a altura de queda é constante, cada central pode ser caracterizada por um conjunto de curvas características de potência fornecida versus caudal de água turbinado (Fig. 1).

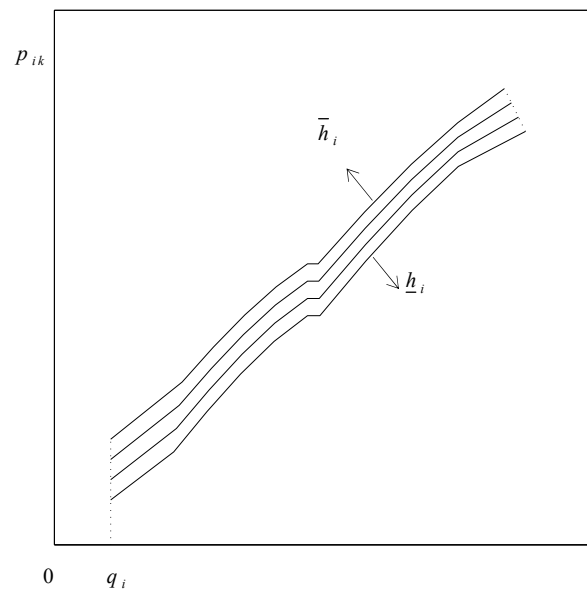


Fig. 1. Conjunto de curvas características para uma central hídrica.

4) *Volume de água*: o volume de água armazenado tem limite inferior e superior

$$\underline{v}_i \leq v_{ik} \leq \bar{v}_i \quad (5)$$

5) *Caudal de água turbinado*: o caudal de água turbinado pela central i tem por hipótese R_i zonas proibidas de funcionamento definidas pelos limites inferior e superior, definindo uma região favorável de funcionamento da central i

$$Q_i^{(r)} = [q_i^{(r)}, \bar{q}_i^{(r)}] \quad (6)$$

onde $r = 1, 2, \dots, R_i$. Então, o caudal de água turbinado é dado por

$$u_{ik}^{(r)} q_i^{(r)} \leq q_{ik} \leq u_{ik}^{(r)} \bar{q}_i^{(r)} \quad (7)$$

$$\sum_{r=1}^{R_i} u_{ik}^{(r)} \leq 1 \quad (8)$$

$$q_{ik} = \sum_{r=1}^{R_i} q_{ik}^{(r)} \quad (9)$$

onde $u_{ik}^{(r)}$ é uma variável binária que é igual a 1 se a central i está a funcionar na região $Q_i^{(r)}$ na hora k , caso contrário é igual a 0.

6) *Caudal de água descarregado*: para o caudal de água descarregado o limite inferior é considerado nulo

$$s_{ik} \geq 0 \quad (10)$$

O caudal de água descarregado pode ocorrer quando o volume de água armazenado for superior ao limite máximo imposto, sendo então necessário proceder ao descarregamento de água por razões de segurança.

O volume de água inicial nos reservatórios bem como as aflúncias aos mesmos são dados conhecidos. Também, os preços da energia eléctrica são considerados determinísticos para o planeamento hídrico de curto prazo. No entanto, várias técnicas encontram-se disponíveis na literatura para realizar a previsão dos preços da energia eléctrica [12]-[13].

3. Metodologia de PNLIM

A PNLIM pode ser enunciada pela maximização de

$$F(x) \quad (11)$$

sujeita a

$$-\infty < \underline{x} \leq x \leq \bar{x} < +\infty \quad (12)$$

$$\underline{b} \leq Ax \leq \bar{b} \quad (13)$$

$$x_j \text{ inteira, } j \in J \quad (14)$$

onde $F(\cdot)$ é uma função não linear do vector x das variáveis de fluxo ou de decisão, \underline{x} e \bar{x} são os vectores dos limites, mínimos e máximos, associados às variáveis de decisão, A é a matriz de incidência nodal, \underline{b} e \bar{b} são os vectores dos limites mínimos e máximos das injeções de fluxo nos nós da rede. As restrições de igualdade são definidas estabelecendo uma relação de igualdade entre o limite inferior e o limite superior, isto é, $\underline{b} = \bar{b}$. As variáveis $x \in J$ são variáveis inteiras.

Os limites inferiores e superiores para os caudais de água turbinada implicam novas restrições de desigualdade que serão reescritas pela equação (13).

Como é apresentado em (3) e (4), o nível de água e a potência fornecida dependem respectivamente do volume de água armazenado e da queda. Considerou-se uma linearização da função que caracteriza a dependência entre a eficiência da exploração e a altura de queda, Fig. 1. Assim, a eficiência da exploração depende da altura de queda. A linearização da função é dada por

$$\eta_{ik} = \alpha_i h_{ik} + \eta_i^0 \quad (15)$$

onde os parâmetros α_i e η_i^0 são dados por

$$\alpha_i = (\bar{\eta}_i - \underline{\eta}_i) / (\bar{h}_i - \underline{h}_i) \quad (16)$$

$$\eta_i^0 = \bar{\eta}_i - \alpha_i \bar{h}_i \quad (17)$$

Também, é considerada uma linearização da função do nível de água dada por

$$l_{ik} = \beta_i v_{ik} + l_i^0 \quad (18)$$

onde os parâmetros β_i e l_i^0 são dados por

$$\beta_i = (\bar{l}_i - \underline{l}_i) / (\bar{v}_i - \underline{v}_i) \quad (19)$$

$$l_i^0 = \bar{l}_i - \beta_i \bar{v}_i \quad (20)$$

Substituindo (15) em (4) temos

$$p_{ik} = q_{ik} (\alpha_i h_{ik} + \eta_i^0) \quad (21)$$

Ainda, substituindo as equações (3) e (18) na equação (21), a potência fornecida é representada por uma função não linear, sendo dada por

$$p_{ik} = \alpha_i \beta_{f(i)} q_{ik} v_{f(i)k} - \alpha_i \beta_{t(i)} q_{ik} v_{t(i)k} + \chi_i q_{ik} \quad (22)$$

com

$$\chi_i = \alpha_i (l_{f(i)}^0 - l_{t(i)}^0) + \eta_i^0 \quad (23)$$

Assim, uma vantagem da PNLIM consiste em considerar o efeito de queda numa única função (22) dependente do caudal de água turbinado e do volume de água armazenado, evitando a necessidade de várias curvas para diferentes valores da altura de queda.

Um novo parâmetro χ_i , que corresponde ao produto de α 's por β 's, é definido para ponderar a dependência não linear da potência fornecida com o caudal de água turbinado e com o volume de água. Este parâmetro é determinado apenas pelos dados físicos que definem o sistema hidroeléctrico.

A contribuição original apresentada nesta comunicação, tendo presente comunicações já publicadas [1], [3], passa por considerar as zonas proibidas para as quais as turbinas não podem funcionar. Assim, as restrições (7) a (9) são consideradas, com a finalidade de obter resultados mais realísticos e factíveis, permitindo considerar várias zonas de funcionamento das turbinas.

4. Caso Estudo

A metodologia de PNLIM foi aplicada a um caso de estudo real baseado num sistema hidroeléctrico existente em Portugal, com três reservatórios em cascata, sendo comparada a uma metodologia de PLIM.

As metodologias de optimização foram implementadas num computador com processador a 600-MHz e 256 MB de RAM, usando a aplicação informática MATLAB e o *solver* Xpress-MP.

A. Dados de entrada

A interligação entre os reservatórios é apresentada na Fig. 2.

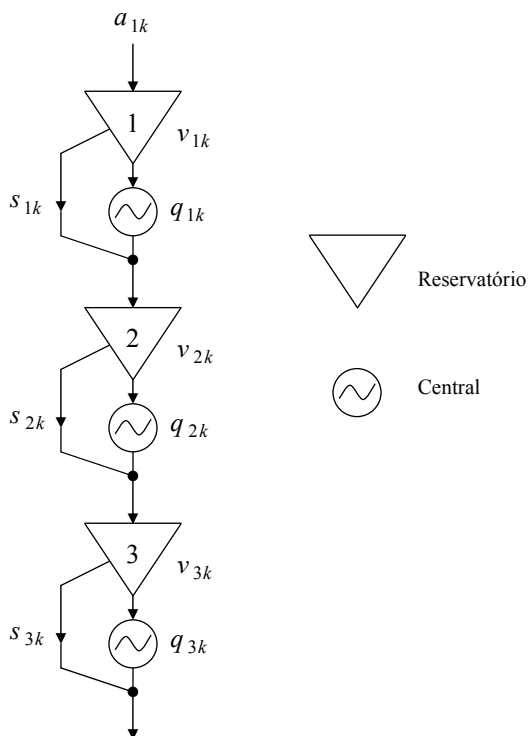


Fig. 2. Sistema hidroeléctrico em cascata.

Neste sistema hidroeléctrico em cascata considera-se que apenas o primeiro reservatório recebe afluência, sendo que os segundo e terceiro reservatórios recebem apenas a água proveniente do reservatório a montante. Na Fig. 3 é apresentada a afluência ao reservatório 1.

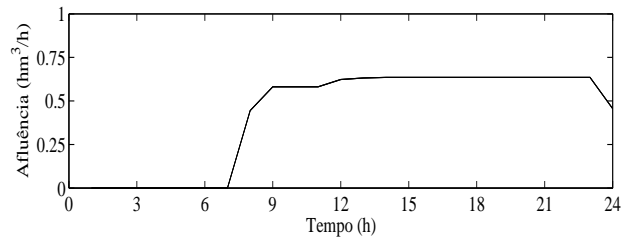


Fig. 3. Afluência ao reservatório 1.

O volume final de água nos reservatórios é considerado igual ao valor no início do horizonte temporal, sendo que o volume inicial corresponde a 80% do volume máximo.

O valor futuro da água armazenada nos reservatórios no último período do horizonte temporal não é considerado em (1).

O horizonte temporal considerado é um dia dividido em 24 períodos horários. O perfil dos preços da energia eléctrica é apresentado na Fig. 4, sendo \$ uma quantidade simbólica.

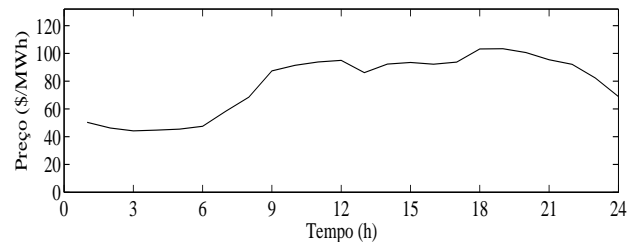


Fig. 4. Perfil de preços da energia eléctrica.

B. Análise dos Resultados

Na Fig. 5 são apresentadas as trajectórias para o volume de água armazenada nos reservatórios. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a metodologia de PNLIM e os resultados obtidos com a metodologia de PLIM.

Os resultados obtidos para o volume de água nos reservatórios, apresentados na Fig. 5, permitem ilustrar a influência do efeito de queda na exploração óptima de recursos hídricos.

Nos resultados obtidos com a nova metodologia baseada em PNLIM, a trajectória para o volume de água no reservatório situado no início da cascata é elevada, visando a maximização do lucro total.

Contrariamente, a trajectória para o volume de água no reservatório situado no fim da cascata é reduzida, visando aumentar a altura de queda para os reservatórios imediatamente a montante.

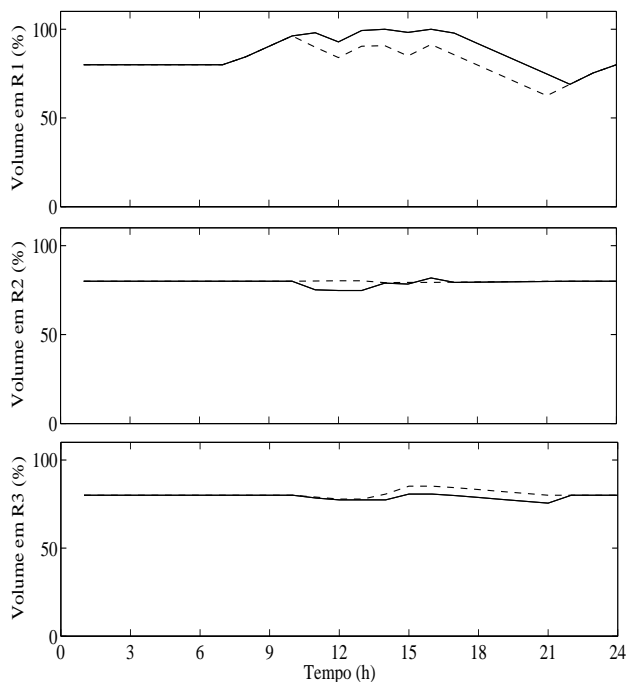


Fig. 5. Volume de água nos reservatórios, em percentagem dos valores máximos, para cada uma das metodologias.

Na Fig. 6 são apresentadas as trajectórias para o caudal de água turbinado. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a metodologia de PNLIM e os resultados obtidos com a metodologia de PLIM.

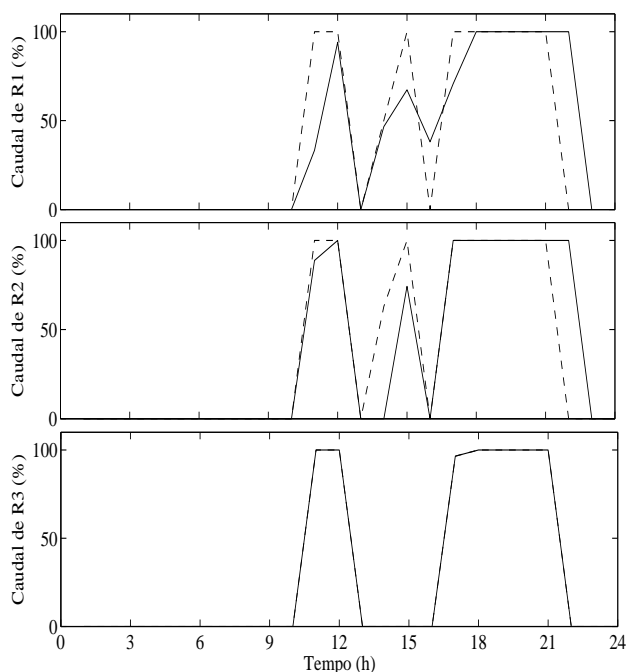


Fig. 6. Caudais de água turbinados na centrais, em percentagem dos valores máximos, para cada uma das metodologias.

A comparação dos resultados da PLIM com PNLIM, apresentados na Fig. 6, revelam que as trajectórias do caudal de água turbinado transitam mais rapidamente do

valor mínimo para o valor máximo na PLIM, do que acontece na PNLIM, devido ao efeito de queda.

A contribuição original apresentada, tendo presente comunicações já publicadas [1], [3], passa por evitar caudais de água turbinados em zonas proibidas de funcionamento, nomeadamente, entre 0 e q_i . Assim, a metodologia apresentada proporciona um planeamento hídrico de curto prazo mais realístico.

Os resultados numéricos obtidos para este sistema hidroeléctrico em cascata encontram-se apresentados na Tabela 1.

TABELA I. – Comparação da PLIM com a PNLIM

Metodologia	Caudal turbinado (%)	Volume de água (%)	Lucro total ($\$ \times 10^3$)	Tempo de computação (s)
PLIM	33.47	80.71	4654.36	1.29
PNLIM	33.47	81.63	4870.20	1.42

Embora o caudal de água turbinado médio é, como se esperava, igual para ambas as metodologias de optimização, o volume de água armazenada é superior com a PNLIM, pelo facto de se considerar o efeito de queda. Assim, com a PNLIM obtêm-se um lucro total mais elevado, cerca de 4,4%. Ainda, o tempo de computação adicional é desprezável.

Assim, a metodologia baseada na PNLIM proporciona melhores resultados para os sistemas hidroeléctricos em cascata, considerando a variação da altura de queda.

5. Conclusões

Uma nova metodologia baseada na PNLIM é proposta para o problema de planeamento hídrico de curto prazo, considerando não só a variação da altura de queda, mas também as zonas proibidas de funcionamento das turbinas. Uma vantagem da nossa metodologia consiste em considerar o efeito de queda numa única função dependente do caudal de água turbinado e do volume de água armazenado. Em consequência da utilização da metodologia apresentada nesta comunicação, pode-se obter um planeamento hídrico de curto prazo mais realístico e factível, garantindo simultaneamente um tempo de computação aceitável.

Agradecimentos

Os autores desta comunicação agradecem as contribuições dos Professores Luís Marcelino Ferreira e Sílvio Mariano.

Referências

- [1] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes e L. A. F. M. Ferreira, "Parameterisation effect on the behaviour of a head-dependent hydro chain using a nonlinear model", *Electric Power Systems Research*, Vol. 76, pp 404-412, Abril de 2006.

- [2] L. A. F. M. Ferreira, T. Andersson, C. F. Imparato, T. E. Miller, C. K. Pang, A. Svoboda e A. F. Vojdani, "Short-term resource scheduling in multi-area hydrothermal power systems", *Int. J. Electric Power Energy Systems*, Vol. 11, pp 200-212, Junho de 1989.
- [3] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes e L. A. F. M. Ferreira, "Scheduling of head-sensitive cascaded hydro systems: a nonlinear approach", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 24, pp 337-346, Fevereiro de 2009.
- [4] A. Arce, T. Ohishi e S. Soares, "Optimal dispatch of generating units of the Itaipú hydroelectric plant", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 17, pp 154-158, Fevereiro de 2002.
- [5] P. T. Leite, A. A. F. M. Carneiro e A. C. P. L. F. Carvalho, "Energetic operation planning using genetic algorithms", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 17, pp 173-179, Fevereiro de 2002.
- [6] R. Naresh e J. Sharma, "Short term hydro scheduling using two-phase neural network", *Int. J. Electric Power Energy Systems*, Vol. 24, pp 583-590, Outubro de 2002.
- [7] A. R. L. Oliveira, S. Soares e L. Nepomuceno, "Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches", *Int. J. Electric Power Energy Systems*, Vol. 27, pp 91-99, Fevereiro de 2005.
- [8] A. J. Wood e B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control*. NY: Wiley, 1996.
- [9] A. J. Conejo, J. M. Arroyo, J. Contreras, e F. A. Villamor, "Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 17, pp 1265-1272, Novembro de 2002.
- [10] J. García-González, E. Parrilla, e A. Mateo, "Risk-averse profit-based optimal scheduling of a hydro-chain in the day-ahead electricity market," *Eur. J. Operation Research*, Vol. 181, pp 1354-1369, Setembro de 2007.
- [11] A. Borghetti, C. D'Ambrosio, A. Lodi, e S. Martello, "An MILP approach for short-term hydro scheduling and unit commitment with head-dependent reservoir," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 23, pp 1115-1124, Agosto de 2008.
- [12] A. T. Lora, J. M. R. Santos, A. G. Expósito, J. L. M. Ramos. and J. C. R. Santos, "Electricity market price forecasting based on weighted nearest neighbors techniques," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 22, pp 1294-1301, Agosto de 2007.
- [13] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes e L. A. F. M. Ferreira, "Short-term electricity prices forecasting in a competitive market: a neural network approach", *Electric Power Systems Research*, Vol. 77, pp 1297-1304, Agosto de 2007.